

## Allgemeine Exponentialfunktion • Bevölkerungswachstum Übung

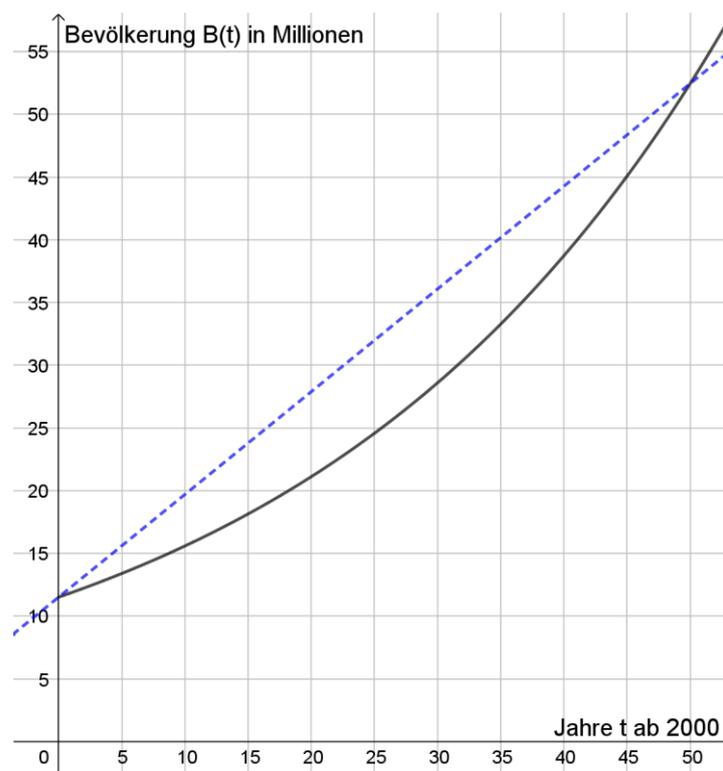
Zu Beginn des Jahres 2000 betrug die Bevölkerungszahl in der afrikanischen Nation Niger rund 11,51 Millionen Menschen. Die durchschnittliche jährliche Zunahme bis ins Jahr 2050 wird mit 3,08 % prognostiziert.

- a) Begründen Sie, dass die Bevölkerungsentwicklung von Niger durch die Exponentialfunktion  $B(t) = 11,51 \cdot 1,0308^t$  beschrieben werden kann. Die Variable  $t$  soll dabei die Zeit in Jahren zu Beginn 2000 darstellen.
- b) Berechnen Sie die voraussichtliche Bevölkerungszahl im Jahr 2030 sowie das Jahr, zu dem erwartungsgemäß 40 Millionen Menschen in Niger leben werden.
- c) Bei der Verdoppelungszeit  $t_D$  handelt es sich um die Zeit, in der sich die ursprünglich vorhandene Anzahl an Menschen verdoppelt. Ermitteln Sie  $t_D$  für die nigerianische Bevölkerung.
- d) Skizzieren Sie den Graphen von  $B(t)$  für die Jahre 2000 bis einschließlich 2050. Verwenden Sie dazu Ihre bisherigen Ergebnisse und berechnen Sie weitere geeignete Funktionswerte.
- e) Entnehmen Sie dem Graphen das durchschnittliche jährliche Bevölkerungswachstum zwischen 2000 und 2050.

## Allgemeine Exponentialfunktion • Bevölkerungswachstum

### Lösung

- a)
- Das jährliche Wachstum entspricht einem festen Anteil (3,08 %), daher kann von exponentiellem Wachstum gesprochen werden.
  - Der Startwert liegt bei  $a = 11,51$  (Mio).
  - Der Wachstumsfaktor beträgt  $b = 1 + \frac{3,08}{100} = 1,0308$ .
- b)  $B(30) \approx 28,60$ , im Jahr 2030 werden es voraussichtlich 28,60 Millionen sein.  
 $11,51 \cdot 1,0308^t = 40$   
 $1,0308^t = \frac{40}{11,51}$   
 $t = \log_{1,0308} \left( \frac{40}{11,51} \right) \approx 41,06$   
Die Zahl wird voraussichtlich im Laufe des Jahres 2041 überschritten werden.
- c)  $11,51 \cdot 1,0308^t = 2 \cdot 11,51$   
 $1,0308^t = 2$   
 $t_D = \log_{1,0308}(2) \approx 22,85$  (a)
- d) Es ist  $B(50) \approx 52,46$ .



- e)  $m_S = \frac{B(50) - B(0)}{50 - 0} \approx \frac{52,46 - 11,51}{50} = 0,819$ .  
Das durchschnittliche jährliche Bevölkerungswachstum beträgt rund 0,819 Millionen Menschen pro Jahr. Das entspricht der Steigung der in obigem Graphen eingezeichneten Sekante.