



Allgemeine Exponentialfunktion • Bevölkerungswachstum Übung

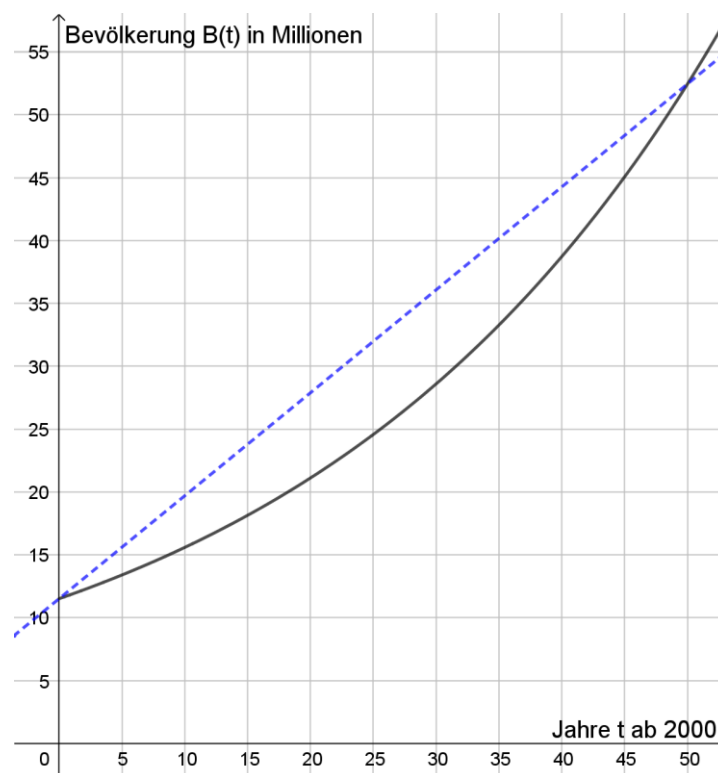
Zu Beginn des Jahres 2000 betrug die Bevölkerungszahl in der afrikanischen Nation Niger rund 11,51 Millionen Menschen. Die durchschnittliche jährliche Zunahme bis ins Jahr 2050 wird mit 3,08 % prognostiziert.

- Begründen Sie, dass die Bevölkerungsentwicklung von Niger durch die Exponentialfunktion $B(t) = 11,51 \cdot 1,0308^t$ beschrieben werden kann. Die Variable t soll dabei die Zeit in Jahren zu Beginn 2000 darstellen.
- Berechnen Sie die voraussichtliche Bevölkerungszahl im Jahr 2030 sowie das Jahr, zu dem erwartungsgemäß 40 Millionen Menschen in Niger leben werden.
- Bei der Verdoppelungszeit t_D handelt es sich um die Zeit, in der sich die ursprünglich vorhandene Anzahl an Menschen verdoppelt. Ermitteln Sie t_D für die nigerianische Bevölkerung.
- Skizzieren Sie den Graphen von $B(t)$ für die Jahre 2000 bis einschließlich 2050. Verwenden Sie dazu Ihre bisherigen Ergebnisse und berechnen Sie weitere geeignete Funktionswerte.
- Entnehmen Sie dem Graphen das durchschnittliche jährliche Bevölkerungswachstum zwischen 2000 und 2050.

Allgemeine Exponentialfunktion • Bevölkerungswachstum

Lösung

- a)
- Das jährliche Wachstum entspricht einem festen Anteil (3,08 %), daher kann von exponentiellem Wachstum gesprochen werden.
 - Der Startwert liegt bei $a = 11,51$ (Mio).
 - Der Wachstumsfaktor beträgt $b = 1 + \frac{3,08}{100} = 1,0308$.
- b) $B(30) \approx 28,60$, im Jahr 2030 werden es voraussichtlich 28,60 Millionen sein.
 $11,51 \cdot 1,0308^t = 40$
 $1,0308^t = \frac{40}{11,51}$
 $t = \log_{1,0308} \left(\frac{40}{11,51} \right) \approx 41,06$
Die Zahl wird voraussichtlich im Laufe des Jahres 2041 überschritten werden.
- c) $11,51 \cdot 1,0308^t = 2 \cdot 11,51$
 $1,0308^t = 2$
 $t_D = \log_{1,0308}(2) \approx 22,85$ (a)
- d) Es ist $B(50) \approx 52,46$.



- e) $m_S = \frac{B(50) - B(0)}{50 - 0} \approx \frac{52,46 - 11,51}{50} = 0,819$.
Das durchschnittliche jährliche Bevölkerungswachstum beträgt rund 0,819 Millionen Menschen pro Jahr. Das entspricht der Steigung der in obigem Graphen eingezeichneten Sekante.